

Zur Zahlenkonstruktion der Motette Alma Redemptoris Mater/Ave Regina Coelorum

Übersicht

Dieser Text ist als allgemeine Einführung in die Thematik des Zählens der Musik von Josquin Desprez gedacht. Einer Darstellung der Zählverfahren und ihrer Semantik mit Beispielen aus der Architektur folgt eine Detailanalyse von Text und Musik der Motette "Alma Redemptoris Mater/Ave Regina Coelorum". Die Auswahl der Komposition ist Gösta Neuwirth geschuldet, der die Erfahrung gemacht hatte, dass die Petrucci Drucke –möglicherweise aufgrund einer aufmerksamen Überwachung des Drucks durch Josquin selbst– besonders fehlerfrei und gut zu zählen seien. Die hier vorgestellten Zahlen beruhen –sofern keine Übertragungsfehler vorliegen– auf der Petrucciausgabe, wie sie aus dem Quellenbericht der Gesamtausgabe hervorgeht. Anlass zu der Analyse war ein im Jahre 1986 vom Autor entwickeltes Computerprogramm zum Zählen von Musik und Texten, das damals mit dieser Motette von Josquin getestet wurde. Die verwendeten Methoden wurden ausschließlich von Gösta Neuwirth entwickelt, allerdings völlig unabhängig von ihm auf dieses Werk angewendet, nicht zuletzt auch mit der Absicht, seine Methodik einer kritischen Prüfung zu unterziehen. Die hier vorgestellten Ergebnisse zeigen nach Ansicht des Autors auf eindrückliche Weise, dass diese Methodik offensichtlich wesentliche Aspekte des kompositorischen Denkens von Josquin erfasst.

Einführung

Es ist allgemein bekannt, dass in der abendländischen Architektur Zahlenproportionen eine große Rolle gespielt haben. Als Beispiel mag hier die Organisation der Kreuzgewölbe des Basler Münsters dienen (Abb. 1). Im Haupt- und in den Seitenschiffen befinden sich vier Reihen von jeweils neun Kreuzgewölben in mittensymmetrischer Anordnung. Zu beachten ist hierbei, dass sich im Eingangsbereich zwischen den Türmen sieben Kreuzungspunkte befinden, die sich durch jeweils ein Gewölbe rechts und links der Türme zur Zahl neun ergänzen, während im Rest des Hauptschiffes ein einzelnes Gewölbe im Zentrum von jeweils vier Gewölben in den bei-

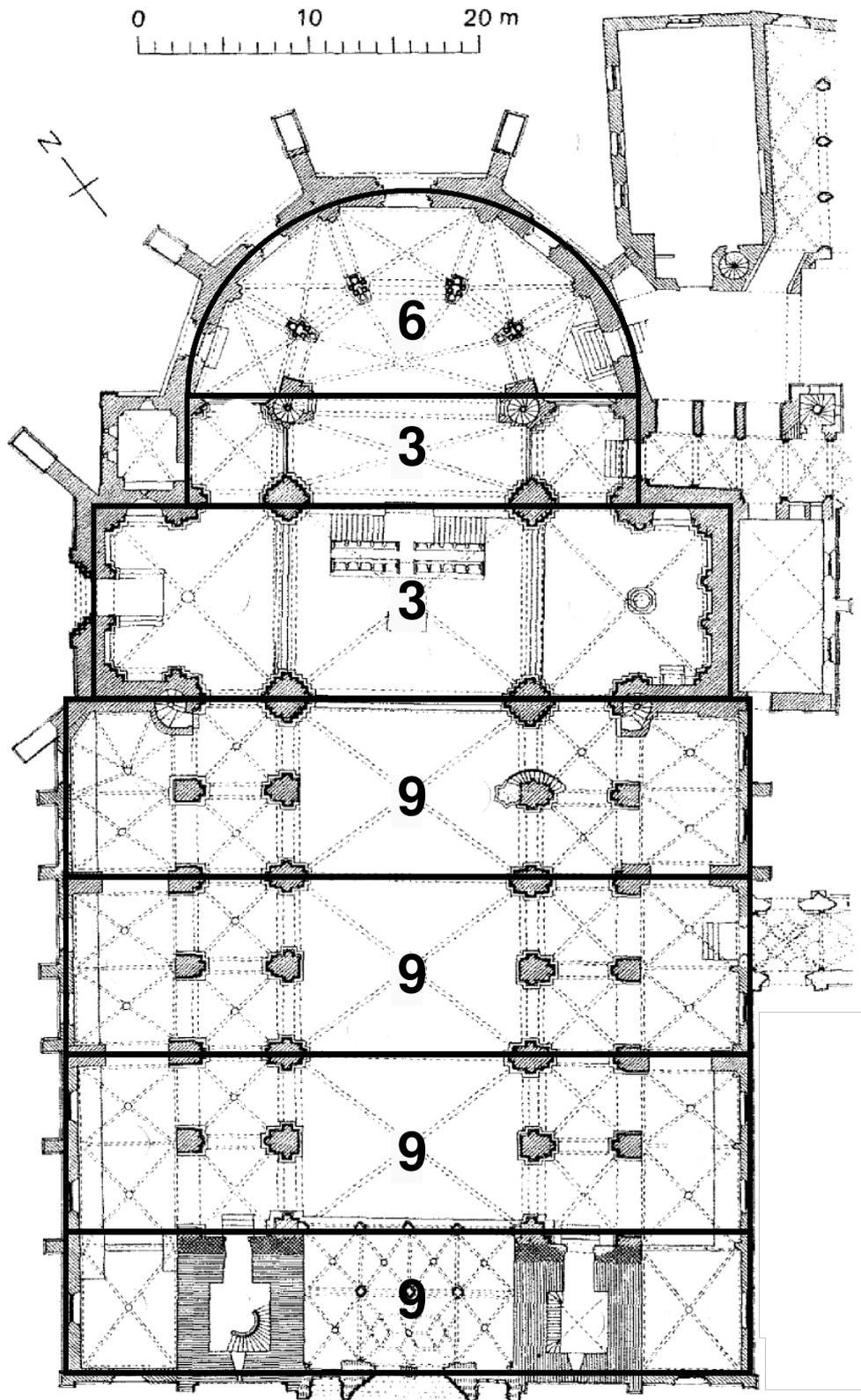


Abb. 1: Anordnungen der Kreuzgewölbe im Basler Münster

☞Datei: "abb/basel-muenster.pdf")

den Seitenschiffen flankiert wird. Das Querschiff wird von drei Gewölben und der Chor von neun Gewölben überspannt, die im vorderen und hinteren Teil auf drei und sechs Gewölbe (also eine 1:2 Proportion) verteilt werden. Summiert man die Gewölbe von Haupt- und Seitenschiffen, so ergibt sich die folgende Anordnung:

Chor	9	Gewölbe
Querschiff	3	Gewölbe
Haupt- und Seitenschiffe	36	Gewölbe

Da alle Zahlen durch drei teilbar sind, lassen sich verschiedene einfache Proportionen bilden:

Chor zu Haupt- und Seitenschiffen	9:36	=	1:4
Querschiff zu Chor	3:9	=	1:3
Querschiff zu Haupt- und Seitenschiffen	3:36	=	1:12
Chor+Querschiff zu Haupt- und Seitenschiffen	12:36	=	1:3

Solche mathematischen Proportionierungen finden sich in historischen Bau- und anderen Kunstwerken in mannigfaltigen Formen, beispielsweise als Säulen- oder Fensteranordnungen, oder in Verhältnissen von Längen-, Breiten- und Höhenmassen und sie sind wissenschaftlich gut dokumentiert¹.

Gematric

(Weitaus) weniger bekannt ist ein anderer Umgang mit Zahlen in Kunstwerken, der sich aus einer Zahlenkodierung von Texten ableitet und damit die Möglichkeit einer direkten Semantisierung der Zahlen bietet. Diese Kodierung wird als *Gematric* (von lateinisch *Gematricia*) bezeichnet. Die Gematric macht sich den Umstand zunutze, dass in der hebräischen und griechischen Schrift ursprünglich keine speziellen Zeichen für Ziffern existierten, sondern vielmehr die Buchstaben auch als Zeichen für Zahlen verwendet wurden². Insofern war schriftliches Rechnen visuell einem (semantischen) Text sehr ähnlich. In nicht wenigen Texten, wie beispielsweise dem alten Testament, waren die Wörter zudem in Spalten angeordnet und

¹ ???

² ???

damit –abgesehen von ihrem semantischen Gehalt– visuell identisch mit einer tabellarischen Aufstellung von Zahlen.

α	β	γ	δ	ϵ	ζ	η	θ, ϑ	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50	60
\omicron	π, ϖ	ρ	ϱ	σ, ς	τ	υ	ϕ, φ	χ	ψ	ω				
70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800				

Abb. 2: Gematrische Kodierung des griechischen Alphabets

(Datei: “abb/gematric-griech.pdf”)

Abb. 2 zeigt das griechische Alphabet und darunter die den Buchstaben zugeordneten Zahlen. Die Zeichen verwenden die *dekadische* Zählweise: Es gibt Zeichen für die Zahlen 1 bis 9, Zeichen für 10, 20, ... 90 und Zeichen für 100, 200, ... 800. Für die Zahl 121 wurden die Zeichen für 100 (ρ), 20 (κ) und 1 (α) nebeneinander geschrieben. Auf diese Weise ergibt sich die Zahlenkodierung von Wörtern unmittelbar, indem die ihren Buchstaben entsprechenden Zahlen summiert werden. Diese Summe nennt man die *Gematric* eines Wortes. Beispielsweise ist die Gematric von *Ιησους Χριστος* (der griechischen Schreibweise von Jesus Christus) 2368 (Abb. 3).

————— 2368 —————												
<i>I</i>	<i>η</i>	<i>σ</i>	<i>ο</i>	<i>υ</i>	<i>ς</i>	<i>χ</i>	<i>ρ</i>	<i>ι</i>	<i>σ</i>	<i>τ</i>	<i>ο</i>	<i>ς</i>
10	8	200	70	400	200	600	100	10	200	300	70	200

Abb. 3

(Datei: “abb/gematric-iesous-xristos.pdf”)

Obwohl im Lateinischen die Zahlzeichen nicht mehr alphabetisch sortiert waren, wurde die aus dem hebräischen und griechischen bekannte Methode weiter verwendet. Zusätzlich zum dekadischen System wurden die Buchstaben jedoch auch durchgängig von 1 bis 24 indiziert (Abb. 4).

a	b	c	d	e	f	g	h	i,j	k	l	m	n
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
o	p	q	r	s	t	u,v	w	x	y	z		
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		

Abb. 4: Gematrische Kodierung der kleinen lateinischen Zählung

(Datei: "abb/gematric-latein-klein.pdf")

Daraus ergeben sich in der Regel erheblich kleinere Zahlen. Die Gematrie von JESUS CHRISTUS ist in dieser sogenannten *kleinen lateinischen Zählung* 182 (Abb. 5). Wie weiter unten gezeigt wird, waren beide Gematrien für JESUS in der Renaissance noch gebräuchlich.

 182 												
J	e	s	u	s	C	h	r	i	s	t	u	s
9	5	18	20	18	3	8	17	9	18	19	20	18

Abb. 5

(Datei: "abb/gematric-iesus-christus.pdf")

Wörter, Silben, Buchstaben

Zusätzlich zur Gematrie war es üblich, in einem Text die Anzahl der Wörter, der Silben und der Buchstaben zu zählen. Die Gesamtzahl eines Textes ergibt sich dann –analog zur Gematrie– aus der Summierung all dieser Zahlen (Wörter+Silben+Buchstaben+Gematrie). Beispielsweise ergeben sich für Maria und Virgo die Gematrien 40 und 67 (Summe 107). Bei Maria werden dazu 1 Wort, 3 Silben und 5 Buchstaben addiert, so dass sich die Zahl 49 ergibt. Bei Virgo wird die Gematrie 67 durch Wörter, Silben und Buchstaben zur Zahl 75 ergänzt. (Abb. 6). Abb. 7 zeigt die Gematrie des Namens von Josquin Desprez.

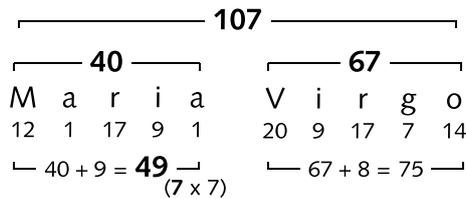


Abb. 6: Gematrie und Gesamtzählung von Maria Virgo

(Datei: "abb/gematrie-maria.pdf")

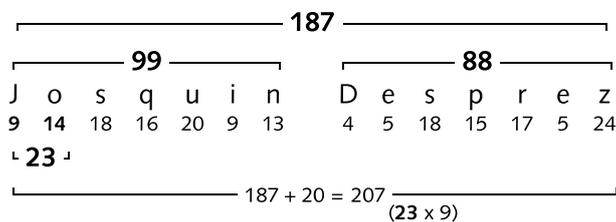


Abb. 7: Gematrie und Gesamtzählung von Josquin Desprez

(Datei: "abb/gematrie-josquin.pdf")

Beispiele aus der Architektur

Für die Verwendung der Gematrie existieren vielfältige Beispiele aus der Architektur. Das Portal des Stephansdoms in Wien bildet mit einer Höhe von 333 Ellen und einer Breite von 111 Ellen nicht nur eine 3:1 Proportion von Höhe zu Breite, sondern darüber hinaus verweist der Umfang von 888 Ellen ($2 \times 333 + 2 \times 111$) auf die griechische Gematrie von JESUS, dem Widmungsträger des Doms.

Kehren wir zum Beispiel des Basler Münsters zurück, so können wir auch hier die Verschiebung der eingangs erwähnten mathematischen Proportionierung der Kreuzgewölbe in Bezug auf eine gematrische Deutung feststellen. Das Münster ist Maria gewidmet. Die Gesamtzahl des Wortes Maria (49) ist die Quadratziffer von 7 und vermutlich der Grund dafür, dass die Zahl 7 als Marienzahl gilt (Literaturhinweis!!). Und so sind die 7 Gewölbekreuzungen im Eingangsberich, insbesondere durch ihren deutlichen Kontrast zu den übrigen Kreuzgewölben des Hauptschiffes, als Hinweis auf

die Widmungsträgerin zu verstehen. Noch bemerkenswerter ist jedoch, dass die 48 im Innenraum sichtbaren Kreuzgewölbe durch das Einzige zusätzlich innerhalb der Aussenmauern des Hauptgebäudes liegende Kreuzgewölbe der Sakristei zur Zahl 49, der Gesamtziffer von Maria, ergänzt werden ³.

Die auch der Jungfrau Maria gewidmete Kirche *Santa Maria delle Pieve* in Arezzo aus dem frühen Mittelalter weist an der Hauptfront in drei Etagen 67 unterschiedlich gemusterte Säulen auf (die Gematrie des Wortes Vir-

³ Im Sinne eines "deus videt omnes" handelt es sich also um ein für normale Kirchenbesucher verborgenes und nur für Gott bzw. die Priester sichtbares Zeichen, eine im Mittelalter durchaus übliche und verbreitete Vorgehensweise

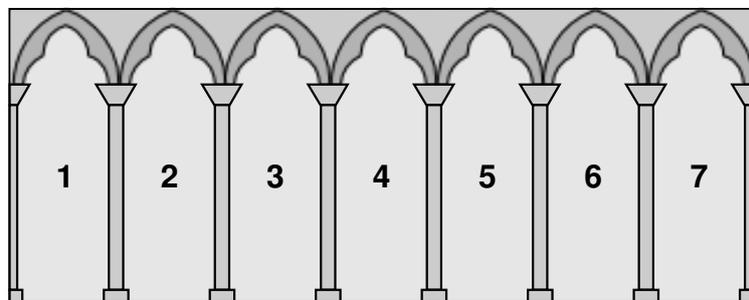
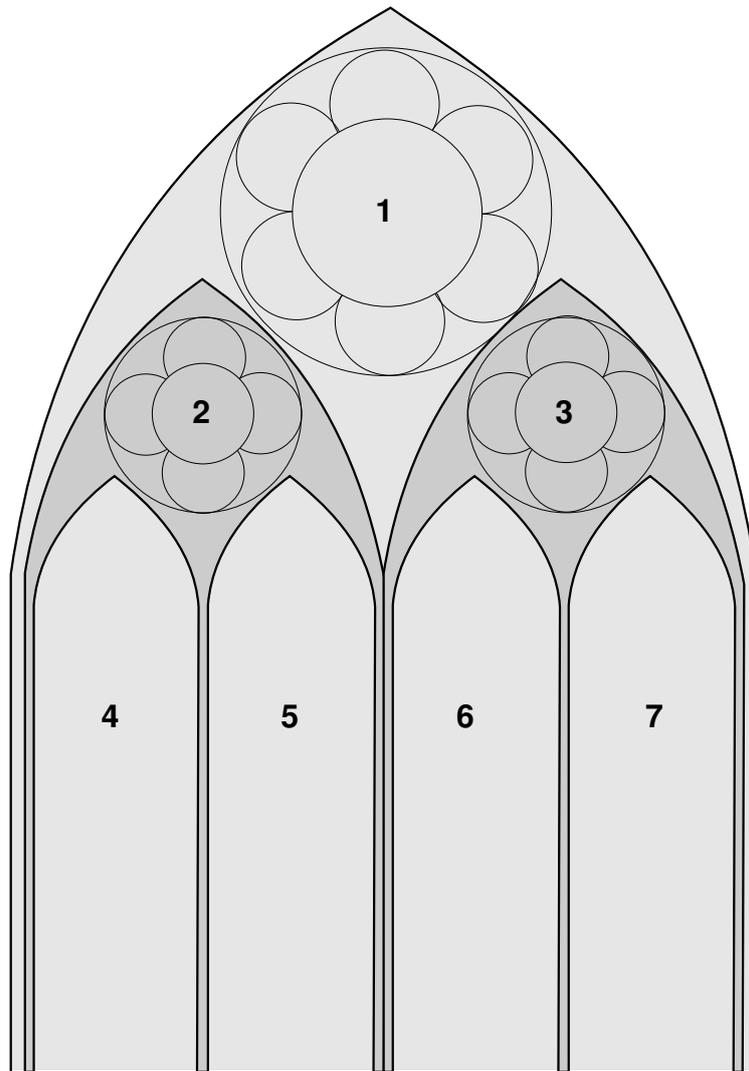


Abb. 8: Blendgalerie im Strassburger Münster

(Datei: "abb/strassburg-blendgalerie-neu.pdf")

go), während die 68. Säule in der Mitte der dritten Etage als Marienfigur gestaltet ist, was vermutlich eine Anspielung auf die Gematrie von BEATA MARIA (68) ist ⁴.

Die Jungfrau Maria ist auch Widmungsträgerin des Münsters von Strasbourg (Cathédrale Notre-Dame). Einen Hinweis darauf findet man in den Blendgalerien des Seitenschiffes (Abb. 8). Die Anzahl der Säulennischen beträgt 7, genauso, wie die Anzahl der darüberliegenden Fensterbögen: Der Bogen des Gesamtfensters wird in zwei kleinere Bögen unterteilt, die ihrerseits in zwei kleinere Bögen untergliedert sind, aus der sich die Gesamtsumme von 7 Bögen ergibt.

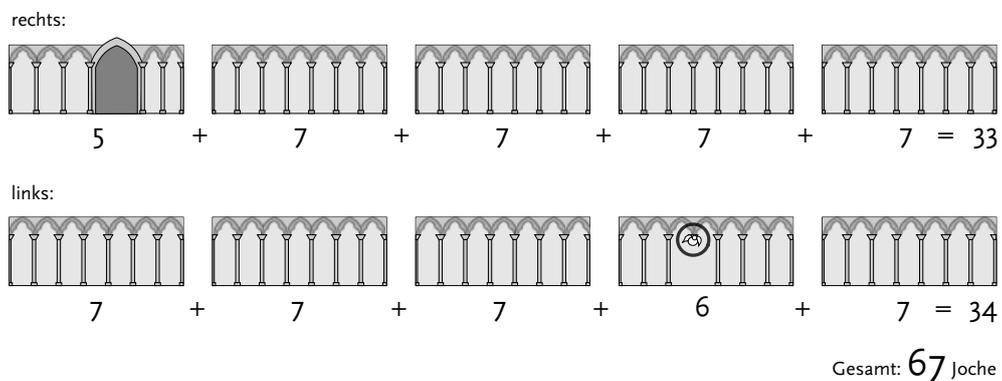


Abb. 9: Alle Blendgalerien im Hauptschiff des Strassburger Münsters

(Datei: "abb/strassburg-blendgalerien-gesamt.pdf")

Betrachtet man alle Säulennischen beider Seitenschiffe (Abb. 9), so stellt man fest, dass in der letzten Blendgalerie des rechten Seitenschiffs aufgrund des Seiteneingangs zwei Säulennischen fehlen, so dass sich durch die 5 Blendgalerien auf beiden Seiten eine Gesamtanzahl von 68 Nischen ($2 \times 5 \times 7 - 2$) ergeben würde. Diese Zahl ist jedoch nicht ganz korrekt: Im linken Seitenschiff fehlt in der 2. Blendgalerie eine Säule. Das Säulenkapitell wird stattdessen von einer in Stein gemeisselten Engelsfigur getragen. Dadurch ergeben sich insgesamt 67 Säulennischen, die auf die Gematrie von VIRGO verweisen. Ähnlich, wie bei der Kirche in Arezzo scheint es hier ein Spiel mit den Zahlen 68 (Gematrie von BEATA MARIA) und 67 (VIRGO) zu

⁴ Die Beispiele aus Wien und Arezzo verdanke ich Gösta Neuwirth. Sie gaben wertvolle Hinweise für die eigenen Beobachtungen in Basel und Strasbourg.

geben. Möglicherweise ist die *beata maria* ein Hinweis auf Maria Magdalena, also eine keinesfalls jungfäuliche Maria. Insofern liegt es nahe, das Fehlen der Säule und die Existenz des Engels als pointierte Ausdeutung eines christlichen Programms zu lesen: Da der Engel Gabriel die Geburt Jesu *aus der Jungfrau* verkündet, muss der steinerne Engel in Strasbourg seit mittlerweile über 600 Jahren das Kapitell tragen, um die Gematrie der *BEATA MARIA* (68) in die Gematrie der *VIRGO* (67) zu verwandeln.

Textzählung

Josquins Motette liegen die Texte von zwei Marienantiphonen –einer Art Lobgesang auf die Jungfrau Maria– zugrunde, die simultan vorgetragen werden. Alt und Tenor singen den Text von *Alma redemptoris mater* und Sopran und Bass singen den Text von *Ave regina coelorum*.

Autor von *Alma redemptoris mater* ist vermutlich Helmut von Reichenau, ein hochgebildeter Mönch, der als einer der bedeutendsten Universalgelehrten des 11. Jahrhunderts gilt und der Bücher zur Mathematik, Astronomie und Musik verfasste.

Abb. 10 zeigt den Text des Antiphons. Die Zeilen des Textes sind entsprechend der Tradition der Psalmen des alten Testaments in Spalten mittersymmetrisch angeordnet⁵: Bei Zeilen mit einer ungeraden Wortzahl gibt es ein mittleres Wort und die übrigen Wörter der Zeile werden symmetrisch von aussen nach innen angeordnet. Die Zeile mit den meisten Wörtern ergibt die Gesamtspaltenzahl des Textes, in diesem Fall fünf.

⁵ Die Psalmen sind schon insofern ein wichtiger Referenztext, da (offenbar) nicht nur der hebräische Text, sondern auch dessen griechische Übersetzung (die sogenannte *Septuaginta*) gezählt wurden. Da es bei der Übersetzung also nicht nur um eine Übertragung des semantischen Inhalts ging, sondern auch auf zahlenmässige Konsistenz geachtet werden musste, war dies ein wissenschaftlich ausserordentlich aufwändiges Unterfangen.

Alma		Redemptoris		mater
quae	pervia	coeli	porta	manes
et		stella		maris
succurre				cadenti
surgere	qui		curat	populo
Tu		quae		genuisti
natura				mirante
tuum		sanctum		genitorem
virgo	prius		ac	posterius
gabrielis		ab		ore
sumens		illud		ave
peccatorum				miserere

Abb. 10: Text von Alma Redemptoris Mater

(Datei: "abb/text-alma.pdf")

Alma			Redemptoris			mater		
1 2 4 7 25	32		1 4 11 16 135	151		1 2 5 8 54	62	
quae		pervia	coeli		porta	manes		
1 1 4 6 42	48	1 3 6 10 67	1 2 5 8 42	50	1 2 5 8 66	1 2 5 8 49	57	
et			stella			maris		
1 1 2 4 24	28		1 2 6 9 65	74		1 2 5 8 57	65	
succurre						cadenti		
1 3 8 12 103	115					1 3 7 11 54	65	
surgere		qui			curat	populo		
1 3 7 11 89	100	1 1 3 5 45			1 2 5 8 60	1 3 6 10 89	99	
Tu			quae			genuisti		
1 1 2 4 39	43		1 1 4 6 42	48		1 4 8 13 100	113	
6 11 27 44 322	366	2 4 9 15 112	4 9 26 39 284	323	2 4 10 16 126	6 16 36 58 403	461	20 44 108 172 1247
natura			sanctum			mirante		
1 3 6 10 71	81		1 2 7 10 86	96		1 3 7 11 76	87	2 6 13 21 147
tuum						genitorem		
1 2 4 7 71	78					1 4 9 14 101	115	3 8 20 31 258
virgo		prius			ac	posterius		
1 2 5 8 67	75	1 2 5 8 79			1 1 2 4 4	1 4 9 14 135	149	4 9 21 34 285
gabrielis			ab			ore		
1 4 9 14 79	93		1 1 2 4 3	7		1 2 3 6 36	42	3 7 14 24 118
sumens			illud			ave		
1 2 6 9 86	95		1 2 5 8 55	63		1 2 3 6 26	32	3 6 14 23 167
peccatorum						miserere		
1 4 10 15 109	124					1 4 8 13 88	101	2 8 18 28 197
6 17 40 63 483	546	1 2 5 8 79	3 5 14 22 144	166	1 1 2 4 4	6 19 39 64 462	526	17 44 100 161 1172
12 28 67 107 805	912	3 6 14 23 191	7 14 40 61 428	489	3 5 12 20 130	12 35 75 122 865	987	37 88 208 333 2419

Gematrie 2 x 107
Gesamtziffer 5 x 49

3 8 20
31
214 **245**

M aria Virgo
12 28 67
Worte Silben Buchstaben

Gesamtziffer 2 x 107

7 14 40
Wörter Silben Buchstaben

Abb. 11: Zählung des Textes von Alma Redemptoris Mater

(Datei: "abb/text-zaehlung-alma.pdf")

Die diesem Text zugeordneten Zahlen zeigt Abb. 11. Unter jedem Wort stehen drei Zeilen. Als Beispiel verwenden wir das erste Wort des Textes, *Alma*: Die erste Zeile unter dem Wort enthält die drei Zahlen 1, 2 und 4. Sie entsprechen der Anzahl der Worte, der Silben und der Buchstaben (im folgenden auch als "WSB" genannt). Die 7 in der darunterliegenden Zeile ist die Summe dieser Zahlen. In der letzten Zeile befinden sich die Gematrie (25) und rechts daneben, fett gedruckt, die Gesamtsumme von Gematrie und WSB (32). Rechts neben den Textzeilen sind die Summen der einzelnen Zeilen angegeben und unterhalb des Textes befinden sich die Spaltensummen. In der unteren rechten Ecke schließlich befinden sich die Zahlen der Gesamtsumme des Textes.

Sieht man sich die Zahlen des Antiphons genauer an, so fallen einige gematrische Eigenschaften sofort ins Auge: Die erste Spalte, die die Zeilenanfänge des Textes enthält, hat 12 Wörter, 28 Silben und 67 Buchstaben. Zusammen ergibt dies die Zahl 107, die Gematrie von MARIA VIRGO (siehe hierzu auch Abb. 6). Bemerkenswert ist hierbei nicht nur, dass die Anzahl der Buchstaben der Gematrie von VIRGO entspricht, sondern auch, dass die verbleibende Zahl 40 (Gematrie von MARIA) auf die Zahlen 12 (Gematrie von M) und 28 (Gematrie von ARIA) aufgeteilt sind. Die 12 Wörter, gleichbedeutend mit der Anzahl der Zeilen des Textes, entsprechen also dem Anfangsbuchstaben M, vergleichbar mit einer Schmuckinitiale, wie sie in mittelalterlichen Handschriften häufig anzutreffen ist.

In der mittleren Spalte finden sich als weiterer Marienhinweis 7 Wörter und 14 (= 7x2) Silben. Die Anzahl der Buchstaben der mittleren Spalte ist 40, die Gematrie von MARIA. Auf der Buchstabenebene ergänzen sich also die 67 Buchstaben der ersten Spalte mit den 40 Buchstaben der mittleren Spalte erneut zur Zahl 107, der Gematrie von MARIA VIRGO.

Zusätzlich fallen zwei andere, mit Maria verbundene Zahlen auf: Die Gematrie der gesamten ersten Zeile, des Textes *Alma redemptoris mater*, ist 214, das Doppelte der Gematrie von MARIA VIRGO. Die gleiche Zahl findet sich als Gesamtziffer der Wörter der zweiten Spalte im gesamten Text. Zudem ist die Gesamtziffer der ersten Zeile 245, also das fünffache von 49, der Gesamtziffer von MARIA. Anders ausgedrückt verweisen sowohl die Gematrie, als auch die Gesamtziffer vom Titel des Antiphons auch auf den entsprechenden zahlenstrukturellen Ebenen auf die Person, die mit *Alma Redemptoris mater* gemeint ist.

Versucht man, nicht nur einzelne Beobachtungen, sondern die Gesamtstruktur des Textes zu erfassen, muss man von der Gesamtsumme des

Textes ausgehen und schauen, wie sich diese Zahlen zu den Zahlen einzelner Abschnitte verhalten. Oft sind diese Zahlen in irgendeiner Weise auf das erste Wort, die erste Zeile, oder Strophen des Textes bezogen, beispielsweise dadurch, dass sie gleiche Primfaktoren enthalten, und sich dadurch Proportionen zwischen Abschnitten des Textes zeigen lassen.

Die Gesamtziffer des Textes ist die Zahl 2752. In Faktoren zerlegt ergibt sich das Produkt 64×43 ⁶, also das Produkt aus einer Quadratziffer und einer Primzahl. Wie in vielen andern Texten gibt es einen Bezug der Gesamtziffer zur Gesamtziffer des ersten Wortes, da 64 durch 32 teilbar ist⁷.

Trennt man die 12 Zeilen des Gesamttextes in der Mitte, wird die 2752 auf die Zahlen 1419 (33×43) für die erste Hälfte und 1333 (31×43) für die zweite Hälfte verteilt. Beide Zahlen enthalten den Primfaktor 43 und teilen deren Faktor 64 des gesamten Textes in eine 33:31 Proportion in den Teilen. Die 32 als genaue Halbierung der Quadratziffer und Verweis auf die Gesamtziffer des Wortes ALMA, wird also in der ersten Hälfte um 1 überschritten, in der zweiten Hälfte um 1 unterschritten. Wie später noch gezeigt wird, ist diese Unschärfe nicht zufällig, sondern ein beabsichtigtes Zeichen. Das Vorhandensein derselben Primzahl 43 in den Gesamtziffern der beiden Teile ist ein deutlicher Hinweis auf die strukturelle Gliederung des Textes.

Ähnlich dieser zeilenbezogenen Aufteilung der Gesamtziffer auf kleinere Zahlen, die eine signifikante Gemeinsamkeit, wie beispielsweise gemeinsame größere Primfaktoren (in diesem Fall die Zahl 43) aufweisen, existiert häufig eine spaltenbezogene Aufteilung der Gesamtziffer. Angesichts der immer ungeraden Spaltenzahl von Texten gibt es mehrere Möglichkeiten der Aufteilung: Man könnte entweder die ersten drei und letzten zwei Spalten, oder umgekehrt die ersten zwei und letzten drei Spalten zusammenfassen. Als weitere Möglichkeit könnte man auch symmetrisch innere

⁶ Diese Aufteilung ist nicht willkürlich: Die Primfaktorenzerlegung ergibt $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 43$ und gleiche Primfaktoren werden hier, wie auch im weiteren Verlauf des Textes, zu ihrem Produkt zusammengezogen

⁷ Da auch die Gesamtziffer von AVE, –des ersten Wortes von *Ave Regina coelorum*– die Zahl 32 ergibt und darüber hinaus die Gesamtziffer dieses Textes durch 32 teilbar ist, ergibt sich ein Bezug beider Texte zueinander, der, wie noch zu zeigen sein wird, so besonders ist, dass er eine Begründung dafür sein könnte, warum diese beiden Texte in der Motette zusammengefasst wurden. Diese Motette scheint zudem nicht das einzige Beispiel für eine Kombination dieser beiden Texte zu sein. Siehe hierzu folgende Notenausgabe: Motetten aus dem 13. Jahrhundert, Hrsg. von Gábor Darvas, Budapest 1978, S. 19f.

und äußere Spalten zusammenfassen.

Teilt man in den ersten sechs Zeilen des Textes nach drei Spalten, so ergeben sich die Summen 816 (51x16) für die linken drei Spalten und 603 (67x9) für die rechten zwei Spalten. Die untere Texthälfte ergibt bei einer Teilung in die inneren drei Spalten (deren Wörter kreuzförmig angeordnet sind) und die äußeren zwei Spalten die Zahlen 1072 (67x16) und 261 (29x9) (Abb. 12).

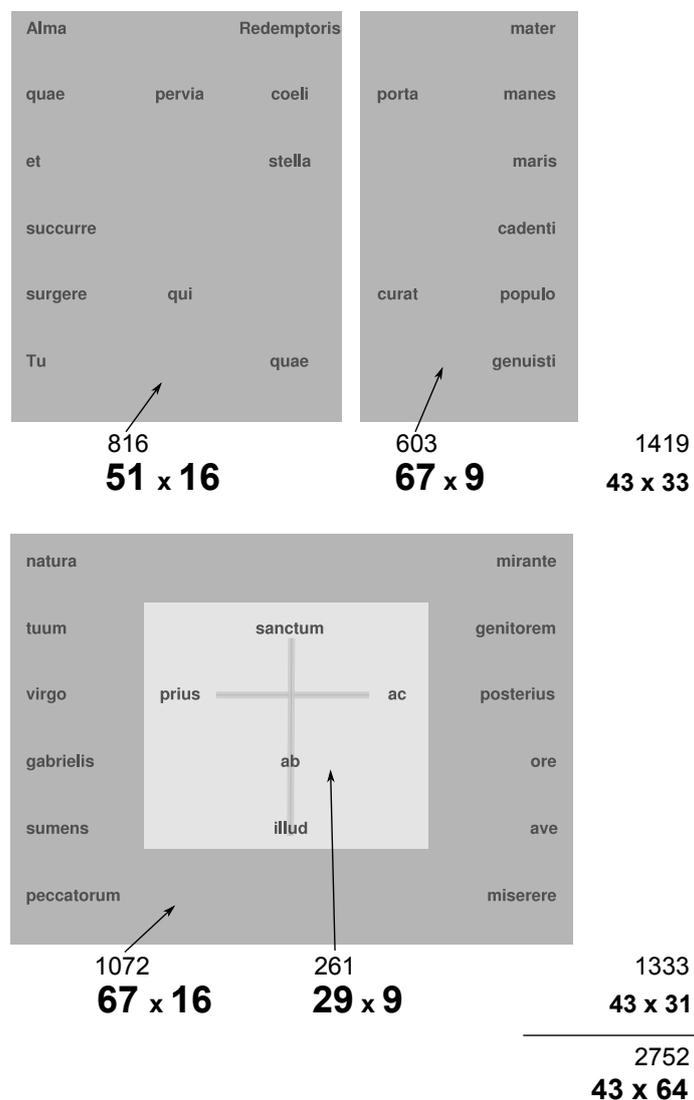


Abb. 12: Detailzählung des Textes von Alma Redemptoris Mater

(Datei: "abb/text-agma-teileo2.pdf")

Bei der Betrachtung der Faktoren dieser vier Zahlen fallen zunächst folgende Eigenschaften auf: Drei der vier Zahlen sind, analog zur Gesamtziffer des ganzen Textes, das Produkt einer Quadratziffer (9 bzw. 16) und einer Primzahl (67 bzw. 29). Lediglich der Faktor 51 der Zahl 816 ist keine Primzahl, aber auch hier ist der andere Faktor eine Quadratziffer (16). Beide Teile enthalten die gleichen Quadratziffern (16 und 9). Auffällig ist die Verschränkung des Faktors 9 im ersten Teil und 16 im zweiten Teil mit der Zahl 67, der Gematrie von VIRGO.

Zunächst unklar bleibt die Bedeutung der Zahlen 51 im ersten und 29 im zweiten Teil. Erst wenn man die vier Faktoren der Quadratziffern summiert, wird die Absicht deutlich: Die Summe dieser Faktoren ergibt 214 (2×107), die bereits bekannte Gematrie von ALMA REDEMPTORIS MATER. Die Summe der beiden Zahlen 51 und 29 ergibt 80, also zwei Mal 40, die Gematrie von MARIA. Analog zur Unschärfe der Aufteilung des Quadratzifferfaktors der Gesamtziffer auf $32+1$ (ALMA + 1) und $32-1$ (ALMA - 1) liegt also auch hier eine Unschärfe der Aufteilung der Primfaktoren der Teile in $107+11$ (MARIA VIRGO + 11) und $107-11$ (MARIA VIRGO - 11) vor⁸.

Die Methode der Summierung von Faktoren in den einzelnen Teilen des Textes ergibt ein verblüffendes Ergebnis, wenn er auf die Faktoren der Gesamtziffer des Textes angewandt wird: $64+43$ ergibt die Zahl 107, die Gematrie von MARIA VIRGO.

Es scheint mir naheliegend, diese Eigenschaften programmatisch zu deuten: Die Zusammenziehung der Faktoren der Gesamtzahl, die zwei in der damaligen Zahlentheorie weit auseinanderliegende Pole bilden –eine Zahl (64), die sehr oft durch einen Faktor (2) geteilt werden kann und eine Primzahl (43), die nur durch sich selbst teilbar ist– ergibt die Gematrie einer der Hauptchiffren für Maria.

⁸ Es ist in diesem Zusammenhang sicherlich kein Zufall, dass die Summen der beiden Quadratziffern 9 und 16 erneut eine Quadratziffer (25) ergeben, dass es sich also um die Quadratziffern des pythagoräischen Dreiecks mit den Kantenlängen 3, 4 und 5 handelt.

$\begin{array}{r} \overbrace{51 \times 16}^{107 + 11} + \overbrace{67 \times 9} \\ + \\ \underbrace{29 \times 9}_{107 - 11} + \overbrace{67 \times 16} \end{array} = \begin{array}{r} (32 + 1) \\ 33 \times 43 \\ + \\ 31 \times 43 \\ (32 - 1) \end{array}$									
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 30%; text-align: center;">ALMA REDEMPTORIS MATER</td> <td style="width: 30%;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> $80 + 134 = 214$ </td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> (40×2) MARIA </td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> (67×2) VIRGO </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> (107×2) MARIA VIRGO </td> <td colspan="2"></td> </tr> </table>		ALMA REDEMPTORIS MATER		$80 + 134 = 214$	(40×2) MARIA	(67×2) VIRGO	(107×2) MARIA VIRGO		
	ALMA REDEMPTORIS MATER								
$80 + 134 = 214$	(40×2) MARIA	(67×2) VIRGO							
(107×2) MARIA VIRGO									
$\begin{array}{r} \underline{64 \times 43} \\ (32 \times 2) \\ \text{ALMA} \quad \underline{107} \end{array}$									

Abb. 13: Zusammenfassung der Zählung des Textes von Alma Redemptoris Mater: Die vier Faktoren der Quadratziffern (die Zahlen 51, 29 und zweimal 67) verweisen auf der vertikalen Spaltenebene in Ihren Summen (80 und 134) auf die Worte MARIA (40x2) und VIRGO (67x2) und bilden mit ihrer Gesamtsumme 214 die Gematrie von ALMA REDEMPTORIS MATER. Auf der horizontalen Zeilenebene hingegen bilden die Summen der einzelnen Teile die Faktoren 33x43 und 31x43. In Ihrer Gesamtsumme (64x43) verweist die Quadratziffer 64 auf das Wort ALMA (32x2). Die Faktoren 33 und 31 auf der horizontalen Ebene, sowie die Faktoren 51 und 29 auf der vertikalen Ebene, verweisen durch Ihre Unschärfe auf die Unvollständigkeit der beiden Texthälften: Das, was der erste Teil zu viel hat (als 32+1 bzw. 107+11), hat der zweite Teil zu wenig (als 32-1 bzw. 107-11). Erst die Zusammenfassung beider Texte ergibt die vollständigen Zahlen, was zusätzlich durch die Summe der Faktoren der Gesamtziffer (64+43=107) unterstrichen wird.

(Datei: "abb/alma-text-zusammenfassung.pdf")

So eigenartig die Summierung zweier Faktoren einer Gesamtziffer auch auf den ersten Blick erscheinen mag, in mathematischer Hinsicht ist sie keineswegs weit hergeholt, sondern zeigt, wie die Zahlen 214 und 64x43 interpretiert werden sollen: In einer geometrischen Deutung entspräche das Produkt 64x43 der Fläche eines Rechtecks mit einer Kantenlänge von 64 und 43 Einheiten. Die Summierung dieser Zahlen entspricht der Umdeutung der Fläche in den Umfang des Rechtecks, der dann insgesamt der Zahl 214 (der Gematrie des Titels des Antiphons) entsprechen würde. Diese Zahl befindet sich zweimal in dem Text, auf je einer horizontalen und vertikalen Achse, als wäre der Gesamttext bildlich als Fläche, und die erste Zeile und zweite Spalte als Sinnbilder der Kanten zu verstehen (Abb. 14). Dieser Perspektivwechsel, der einen schriftlichen Text zugleich

als geometrisches Bild, gematrische Kodierung und poetischen Inhalt erscheinen lässt, ist charakteristisch für das Denken des Mittelalters und hat eine lange Tradition, die vermutlich viel weiter zurückreicht, als zu den damit meist in Verbindung gebrachten Pythagoräern ⁹.

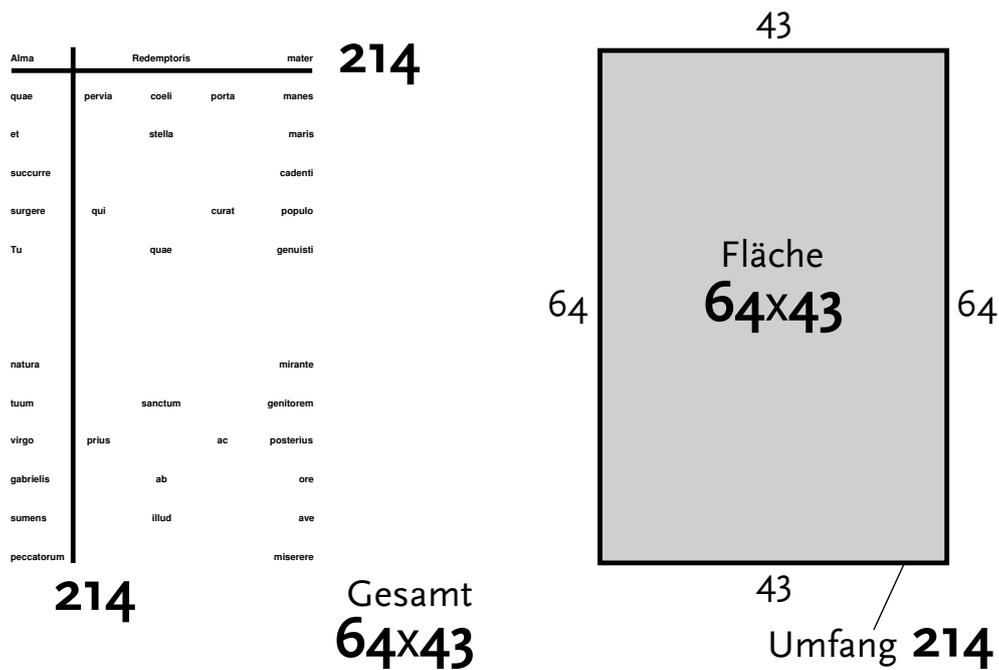


Abb. 14: Gegenüberstellung der visuellen Erscheinungsform des Textes und einer aus den Summen der Textzählung abgeleiteten geometrischen Deutung.

(Datei: "abb/alma-text-geometrische-deutung.pdf")

Der musikalische Text

Gesamtzählung der Motette

Ähnlich der Worte, Silben, Buchstaben und Gematrie bei der Textzählung

⁹ ???

werden verschiedene Ebenen des musikalischen Textes einzeln gezählt und summiert. Die dafür relevanten Elemente sind Takte, Töne (Notenzeichen) und Pausen. Die Ziffer für die Takte wird dabei aus der Summe der Anzahl der Takte und der Gesamtdauer in Semibreven gebildet. Analog wird auch die Pausenziffer aus der Summe der Anzahl der Pausenzeichen im Notentext und Ihrer Gesamtdauer in Semibreven ermittelt.

Takte ($\equiv + \diamond$):	536 <small>(67 x 8)</small>
Töne:	1210 <small>(11 x 10 x 11)</small>
Pausen (Anz + \diamond):	622
Gesamt Musik:	2368 <small>(Jesus Christus)</small>

Abb. 15: Übersicht der Zählung der Musik von Josquins Motette

(Datei: "abb/josquin-gesamtzaehlung-musik.pdf")

Eine Aufstellung der Zahlen für die Josquin Motette zeigt Abb. 15. Die Ziffern für Takte (536), Töne (1210) und Pausen (622) ergeben als Summe die Zahl 2368¹⁰. Diese Zahl ist bemerkenswert, da es sich um die Gematrie von JESUS CHRISTUS in der griechischen Zählung handelt und ist ein sehr deutlicher Hinweis auf eine zahlenspezifische Ordnung des Notentextes.

Auch die einzelnen Zahlen, aus denen sich die Gesamtziffer zusammensetzt, sind bemerkenswert: Die Faktorenzerlegung der Taktziffer 536 ergibt 67x8. Wie in der Gesamtzählung des Textes von Alma Redemptoris Mater handelt es sich um ein Produkt aus einer Primzahl und einer Zweierpotenz. Die Primzahl ist die bereits bekannte Gematrie von VIRGO, die Zweierpotenz 8 die Summe von Wörtern, Silben und Buchstaben (WSB) von VIRGO. Dies könnte als Bezugnahme und Hinweis auf die Textzählung zu verstehen sein, da die Addition beider Faktoren die 75 als Gesamtziffer von VIRGO ergibt.

¹⁰ Für die Taktzählung ist zu beachten, dass die Schlusslonga eines Teils nur als ein Takt gezählt wird. Da in der Motette in den Takten 132-150 die verschiedenen Stimmen unterschiedlich metrisch aufgeteilt werden, wurde für die Ermittlung der Gesamtziffer die metrische Aufteilung des Alt verwendet, in dem sich die feinste Ausdifferenzierung der Metren befindet

Die Anzahl der Töne enthält als Faktoren 121×10 . 121 ist die Quadratziffer von 11 , symmetrisch aufgeschrieben erhält man also $11 \times 10 \times 11$. Wie sich aus der Detailanalyse ergeben wird, ist die Zahl 11 eine Bezugnahme auf den Namen Josquin Desprez, da die Gematrie von Vor- und Nachname (und damit auch die Gematrie des gesamten Namens) durch 11 teilbar ist.

Einzig die Zahl der Pausen ($622=311 \times 2$) lässt sich nicht in signifikante Faktoren zerlegen. Es scheint zunächst, dass es sich um eine Füllzahl handelt, die erforderlich ist, um die gewünschte Gesamtziffer 2368 zu erhalten.

Dies ist jedoch nicht ganz richtig. Josquin verwendet vielmehr eine andere Aufteilung des Notentextes: Statt die Töne und Pausen des gesamten Textes separat zu zählen, trennt er den Notentext an einer Stelle zeitlich auf und verwendet die Summe der Töne und Pausen vor und nach dieser Trennung. Als Markierung der Trennung dienen die beiden einzigen Triolen der Komposition in Takt 32 im Alt. Die Triolen sind rhythmisch krebsgängig (also symmetrisch) angeordnet und bildeten im Originalnotenbild ein deutliches Zeichen, da Triolierungen durch Schwärzungen der ansonsten weitgehend weissen Noten kenntlich gemacht wurden. Trennt man den Notentext in der Mitte dieser beiden Triolen, so teilt sich die Summe von Tönen und Pausen ($1210+536=1832$) in die Zahlen 536 vor der Triole und 1296 nach der Triole.

Diese beiden Zahlen sind ausgesprochen signifikant. Die Zahl 536 ist identisch mit der bereits beschriebenen Taktziffer und die Zahl 1296 ($6 \times 6 \times 6 \times 6$) ist als Viererpotenz von 6 die Quadratzahl einer Quadratzahl. Zusammengefasst setzt sich also die Zahl des gesamten Notentextes (die griechische Gematrie von Jesus Christus) aus den Zahlen $536+1296+536$ zusammen.

Töne + Pausen vor Triole:	536 <small>(67 x 8)</small>
Töne + Pausen nach Triole:	1296 <small>(6 x 6 x 6 x 6)</small>
Takte (\equiv + \diamond):	536 <small>(67 x 8)</small>
Gesamt Musik:	2368 <small>(Jesus Christus)</small>
Text Alma Redemptoris:	2752 <small>(64 x 43)</small>
Text Ave Regina:	1952 <small>(32 x 61)</small>
Gesamt Text:	4704 <small>(32 x 49 x 3)</small>
Summe Text + Musik:	7072 <small>(32 x 13 x 17)</small>

Abb. 16: Übersicht der Gesamtzählung von Josquins Motette

(Datei: "abb/josquin-gesamtzaehlung-summen.pdf")

Die Summe von Notentext und Sprachtext ergibt die in Abb. 16 ersichtliche Zahlenaufstellung der Gesamtzählung der Motette: Die Summe beider Texte ergibt die Zahl 4707, das Produkt der Verbindungschiffre 32 (Gesamtzahl der Anfangsworte beider Texte ALMA und AVE), der Quadratzahl 49 (Gesamtzahl von *Maria*) und der Zahl 3. Zusammen mit der Gesamtzahl des Notentextes ergibt sich die Zahl 7072 (32x13x17). Auch diese Zahl ist also durch die Verbindungschiffre beider Texte (32) teilbar. Aus dieser Perspektive erscheint es kaum als Zufall, dass sich die Triole, die die Hauptteilung des Notentextes markiert, in Takt 32 befindet.

Gesamtzählung des Notentextes

Josquin Alma redempt. Gesamt	Töne							Pausen			Summe	
	a	d	g	C	f	h	e	ges	anz	dau		ges
Sopran	49	33	72	66	40	48	42	350	49	87	136	486
Alt	53	64	72	72	40	48	58	407	43	61.5	104.5	511.5
Tenor	13	33	19	49	17	21	35	187	73	154.5	227.5	414.5
Bass	33	28	59	47	36	27	36	266	51	103	154	420
Summe	148	158	222	234	133	144	171	1210	216	406	622	1832

528 48 x 11	682 62 x 11	11 x 10 x 11	616 56 x 11	594 54 x 11
		121 11 x 11		

Abb. 17: Matrix der Gesamtzählung von Josquins Motette

(Datei: "abb/josquin-matrix-gesamt.pdf")

Abb. 17 zeigt die Gesamtzählung des Notentextes in einer detaillierteren Darstellung. Wie bei der Textzählung sind die Zahlen in einer Matrix angeordnet: Die vier Zeilen enthalten die Anzahl der Töne in Sopran, Alt, Tenor und Bass, die sieben Spalten die Anzahl der Notenzeichen einzelner Tonhöhen. Die Zeilen- und Spaltensummen sind daneben und darunter aufgeführt. Rechts neben der Tonhöhenzählung befindet sich die Zählung der Pausen. Sie ist in zwei Spalten aufgeteilt in die Anzahl von Pausenzeichen (anz) und der Dauer (dau) der Pausen in Semibreven. Daneben befinden sich die Summen der Pausenzählung (ges) und ganz rechts die Gesamtsumme von Noten und Pausen.

Was zuerst ins Auge springt ist die Anzahl der Noten im Tenor (187). Diese Ziffer entspricht der Gematrie von JOSQUIN DESPREZ. Man sieht an dem Verhältnis der Anzahl der Tenortöne zu den beiden Oberstimmen, dass sich der Tenor deutlich langsamer bewegt. Auch wenn die motivische Gleichbehandlung aller Stimmen an vielen Stellen der Motette deutlich ist, ist doch –insbesondere im zweiten Teil– die Tradition des Cantus Firmus Satzes mit einem langsamen Tenor und schnelleren Oberstimmen noch gut erkennbar und motiviert vermutlich die Unterschrift von Josquin im Tenor. Bezüglich der Töne ist die Motette offensichtlich auf die Zahl

11 als Chiffre für Josquin angelegt: Die beiden mittleren Zahlen der Matrix ergeben die Quadratziffer 121 (11×11) also ein Zehntel der Anzahl an Gesamttönen¹¹. Die Gesamtzahl an Tönen der Motette wird auf zwei verschiedene Weisen auf die Spalten und Zeilen in 11-er Ziffern aufgeteilt: Die Summe der linken drei Spalten ergibt 528 (48×11), die übrigen vier Spalten ergeben die Zahl 628 (62×11). Bei den Zeilen wird die Teilung gemäß der Zuordnung des Textes auf die Stimmen vorgenommen. Die Summe der beiden Aussenstimmen ergibt 616 (56×11), die der Innenstimmen 594 (54×11).

Es gibt zwei deutliche Bezüge zur Textzählung von *Alma Redemptoris Mater*: Zum einen die Verknüpfung einer links/rechts Teilung und einer innen/aussen Teilung und zum anderen eine Proportionierung von 54:56 der Innen- und Aussenstimmen, also einer leicht unscharfen 1:1 Proportion.

Motivische und musikalische Disposition des Beginns der Motette

Josquins Motette hat in musikalischer Hinsicht verschiedene Bezugspunkte. Einerseits zeichnen die Stimmen den diasthematischen Verlauf des Marianantiphons nach. Und andererseits ist das markante Anfangsmotiv des Soprans ein direktes Zitat des Anfangs der *Alma Redemptoris Mater* Motette von Johannes Ockeghem. Dieses Motiv ist gekennzeichnet durch eine diatonische Sekundbewegung über eine Quinte in Semiminima Rhythmen mit punktierter Minima zu Beginn und einer anschliessenden Diskantklausel. Es erscheint an vielen Stellen der Komposition in Original und Umkehrung, sowohl in Form von Sequenzierungen (Alt, TT 68ff), in Einführung (TT 6f) oder Parallelführung verschiedener Stimmen (TT 126f), motivisch verkürzt (TT 110ff), oder als durch Pausen abgesetztes Signal (T 47).

¹¹ An dieser Stelle sei erwähnt, dass die Zahl 121 in die Zahlen 72 und 49 aufgeteilt ist, wobei die 49 (Gesamtzahl von MARIA) die Anzahl der Grundtöne im Tenor ist, also in der Stimme, deren Gesamtanzahl an Tönen Josquins Namen repräsentiert

The image shows a musical score for the beginning of Josquin's motet. It features four vocal parts: Superius, Altus, Tenor, and Bassus. The lyrics are in Latin. The score includes musical notation with red and blue highlights. The lyrics for the Superius part are: "Al - - - - - ma Redempto - - - - - ris ma - - - - - ter, quae per -". The lyrics for the Altus part are: "A - - - - - ve Re - gi - na coe - lo - - - - - rum". The lyrics for the Tenor part are: "A - - - - - ve Re - gi - na coe - lo - - - - - rum". The lyrics for the Bassus part are: "Al - - - - - ma Redemptoris ma - - - - - ter, - - - - -".

Abb. 18: Notentext des Beginns von Josquins Motette

(Datei: "abb/josquin-musik-exposition01.pdf")

Abb. 18 zeigt den Beginn der Motette. Sie beginnt mit zwei achttaktigen Duos von Sopran/Alt und Tenor/Bass, die deutlich eine Art Exposition der Komposition bilden. Beide Duos bestehen aus zwei Teilen, die durch Pausen getrennt werden. Der erste Teil der beiden Duos ist gleich. Der erste Teil der Aussenstimmen besteht aus dem 7-tönigen Ockeghem Zitat. Die Innenstimmen kontrapunktieren dieses Zitat mit 4 Tönen und schliessen mit einer Art Antwort in Form einer modifizierten und transponierten Form des Zitats, die die Klausel auf g der Aussenstimmen zu einer Klausel auf c zurückführt. Durch diese Verlängerung des Zitats sind in den beiden Stimmen die Pausen, die den ersten Teil vom zweiten trennen, asynchron. Durch die Vertauschung von Ober- und Unterstimme in den beiden Duos ergibt sich ein doppelter Kontrapunkt. Dieser Beginn der beiden Duos wird fortgeführt und endet in beiden Stimmen der Duos mit einer krebsgängig symmetrischen Anordnung der Motive des Beginns: Zuerst erscheint die Umkehrung des Ockeghem Zitats in den Takten 6 und 14 der Innenstimmen und dann in den Takten 6/7 und 14 der Aussenstimmen. Die Einsätze der beiden Zitate, die zu Beginn nacheinander erscheinen, werden am Ende der beiden Duos progressiv enggeführt: In Takt 6 ist der Einsatzabstand eine Semibrevis, in Takt 14 eine Minima. In den Innenstimmen werden die vier Töne des Kontrapunktes zu Beginn der beiden Duos an ihren beiden korrespondierenden Stellen, den Takten 7/8 und 15/16 allmählich durch einen wiederholten Wechsel zwischen den Tönen g und a in Semiminima

Werten lebhafter und nähern sich motivisch dem Ockeghem Zitat an: Die Takte 15/16 im Tenor sind abgesehen von der Tonhöhe d eine Permutation der Töne und Rhythmen der Takte 2 bzw. 9 der Innenstimmen und sind im direkten akustischen Vergleich deutlich als verwandt erkennbar. Anders ausgedrückt entpuppt sich der durch Gegenbewegung und langsamere rhythmische Faktur zunächst kontrastierend zum Ockeghem Zitat wirkende Kontrapunkt im Verlauf der Einleitung zunehmend als motivisch von ihm abgeleitet.

Im Anschluss an die Duos beginnt in Takt 17 (mit Auftakt im Sopran) erneut ein Duo in den Oberstimmen, die zu Beginn die Umkehrung des Ockeghem Zitats mit dem originalen Kontrapunkt des Anfangs kombinieren. In Takt 20 tritt als dritte Stimme der Bass hinzu und auf der Eins in Takt 22 der Tenor, der kurz mit dem Alt überlappt, so dass an dieser Stelle erstmalig alle vier Stimmen gemeinsam erklingen¹². Diese Stelle ist zudem dadurch deutlich hervorgehoben, dass die Oberstimme den sekundweise erreichten Spitzenton (Klimax) des ersten Teils erreicht. Auch hier gibt es vielfache Beziehungen und kontrapunktische Feinheiten, da die in den Takten 20 und 22 erneut einsetzenden Unterstimmen imitatorisch auf die Einsätze der Oberstimmen in den Takten 16 und 17 bezogen sind. An dieser Stelle wird auch der zuvor beschriebene Zusammenhang zwischen den Takten 2 und 7/8 im Alt manifest: Takt 18 im Alt, der praktisch identisch zu Takt 7 im Alt ist, entspricht seinem imitatorischen Gegenpart, Takt 23 im Tenor, der seinerseits eine wörtliche Wiederholung von Takt 2 im Alt ist.

Zusätzlich ist der Auftakt zusammen mit der Eins von Takt 17 diasthematisch mit dem Tetrachord der ersten vier Töne des Ockeghem Zitats identisch. Dadurch wird zunächst ein imitatorischer Zusammenhang dieses Auftakts zu Takt 1 im Sopran hergestellt, bevor die Umkehrung des Ockeghem Zitats in Takt 17 die Imitation in eine Vorbereitung umdeutet. Dieses höchste kontrapunktische Meisterschaft zeigende Spiel, das Zusammenhänge durch metrische und motivische Modifikationen immer wieder neu strukturiert, so dass Gegensätze in Verwandtschaften verwandelt werden und irgendwann alles mit allem zusammenzuhängen scheint, wird durch das, was man in tonaler Musik harmonische Disposition nennen würde, zusätzlich verstärkt: Das Ockeghem Zitat bewegt sich im ersten Takt des Soprans von c zu g, während es im zweiten Takt des Alts von g zurück zu c geführt wird. In tonaler Musik entspräche dies einer responsorialen Struktur, die im ersten Takt von der Tonika zur Dominante und im zweiten

¹² Dies wird allerdings akustisch durch das Unisono von Alt, Tenor und Bass verschleiert

Takt als Gegensatz von der Dominante zur Tonika geführt wird¹³ und das Spiel mit quintbezogenen Wechseln dominiert harmonisch den Beginn der Motette.

Zahlenanalyse des Beginns der Motette

Die Anzahl der Tonhöhen im ersten Duo zu Beginn der Motette zeigen verschiedene mathematische Proportionierungen (Abb. 19): Im Alt werden die 7 Tonhöhen des Ockeghem Zitats vor der Pause durch 28 Tonhöhen bis zum Ende des ersten Duos fortgesetzt, während die 10 Tonhöhen der ersten Phrase des Alts durch 20 Tonhöhen bis zum Ende des Duos fortgeführt werden. Dadurch entsteht eine 1:4 Proportion im Sopran und eine 1:2 Proportion im Alt. Die Summen der Töne im Alt und Sopran sind 30 und 35, so dass sich zwischen allen Tönen beider Stimmen eine 6:7 Proportion ergibt.

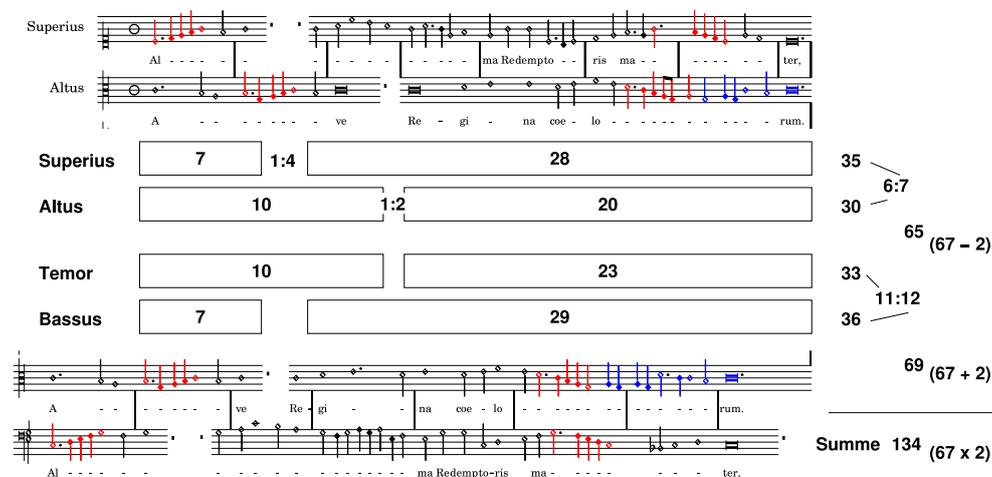


Abb. 19: Zahlenproportionen und Summen der beiden Duos zu Beginn
(Datei: "abb/josquin-musik-exposition02.pdf")

¹³ Man sollte der Vollständigkeit halber erwähnen, dass die Diskantklausel im Alt auf c durch den Einsatz des a auf der 1 von Takt 3 im Sopran gestört wird. Dieser Vorgang wiederholt sich auf der 1 der Takte 11 und 24. In tonaler Musik spräche man von einem Trugschluss auf der sechsten Stufe

Im zweiten Duo hingegen werden die 10 Töne des Tenors durch 23 Töne und die 7 Töne des Basses durch 29 Töne fortgesetzt, so dass sich hier aufgrund der Primzahlen 23 und 29 keine einfachen Proportionen herstellen lassen. Lediglich die Summen 33 und 36 bilden eine 11:12 Proportion aus.

Erneut sind zwischen den Stimmen leicht unscharfe 1:1 Proportionierungen (6:7 bzw. 11:12) zu finden, wobei im zweiten Duo diese Unschärfe fast halb so groß ist, wie im ersten Duo. Diese Verkleinerung der Unschärfe weist eine bemerkenswerte Parallele zur zuvor beobachteten Verringerung des Einsatzabstandes der Einführung der Ockeghemzitate von einer Semibrevis in Takt 6 auf den halben Wert einer Minima in Takt 14 auf und es scheint mir auch kein Zufall zu sein, dass diese Ockeghem Zitate in den Takten 6 und 7 auftreten und zwar –ganz parallel zur Proportionierung der Gesamtanzahl– zunächst im Alt in Takt 6 und anschliessend im Sopran vorwiegend in Takt 7.

Dieses Spiel mit den Zahlen 6 und 7, die eine Allusion auf die Gematrie von VIRGO nahelegen, manifestiert sich bei Betrachtung sämtlicher Töne beider Duos: Die Summe der Töne des ersten und zweiten Duos ist die Zahl 134, das Doppelte von 67. Die Parallelen zur Textstrukturierung von Alma Redemptoris Mater sind offensichtlich: Zwei Teile weisen unscharfe 1:1 Proportionierungen auf, sind unscharf in ihrem gematrischen Bezug ($67-2$ bzw. $67+2$) und ergänzen sich in ihrer Summe zur Zahl 2×67 .

Ein zusätzlicher Textbezug könnte die Motivation für die Hervorhebung der Zahlen 6 und 7 im ersten Duo von Alt und Sopran sein (Abb. 20): WSB der ersten Worte beider Texte, (deren Gesamtzahl 32 bekanntermaßen die Verbindungschiffre der Texte und der Musik bilden) sind 7 für ALMA und 6 für AVE. Insofern zeichnen die ersten Phrasen der beiden Stimmen, die diese Worte singen, auch beide Zahlen in den Verhältnissen Ihrer Töne nach und bilden so auf der musikalischen Ebene ein Pendant zur Schmuckinitiale der Textzählung¹⁴.

¹⁴ Auch Ockeghem verwendet ja in der ersten Phrase seiner Alma Redemptoris Mater Motette die von Josquin zitierten 7 Töne. Es ist allerdings mangels einer umfassenden Zahlenanalyse von Ockeghems Motette unklar, ob dies eine allgemeine Referenz an Maria darstellt, oder als Bezug auf das WSB von Alma gemeint ist.

Superius
Al - - - - - ma Redempto - - - - - ris ma - - - - - ter,

Altus
A - - - - - ve Re - gi - na coe - lo - - - - - rum.

Superius 7 1:4 28 35

Altus 10 1:2 20 30

6:7

W + S + B = WSB + Gematrie = Gesamt

Alma 1 + 2 + 4 = 7 + 25 = 32

Ave 1 + 2 + 3 = 6 + 26 = 32

ALMA

Abb. 20: Zusammenhang des ersten Duos der Motette mit den Anfangsworten der Texte

(Datei: "abb/josquin-wsb-anfang.pdf")

Da die Gesamtanzahl der Töne der ersten Duos das Doppelte von 67 bildet, ist die Frage naheliegend, ob im musikalischen Text die Zahl 67 auch direkt als Zusammenfassung aller Stimmen vorkommt. Und tatsächlich findet sich diese Zahl ganz am Ende der Motette (Abb. 21): Der Schluss der Motette endet in allen Stimmen im tempus perfectum. Der Übergang zu diesem tempus ist in den verschiedenen Stimmen asynchron und musikalisch schwer motivierbar: Der Sopran wechselt zur Dreizeitigkeit in Takt 148 direkt vor dem Finalis einer Diskantklausel. Es wäre musikalisch naheliegend, den Wechsel um einen Takt auf den Beginn der neuen Phrase nach der Pause zu verschieben, wie dies beispielsweise im Tenor in Takt 150 geschieht. Akustisch ändert dieser Wechsel des tempus zu diesem Zeitpunkt lediglich eine leichte Verlängerung des Finalis und hat insofern praktisch keine Relevanz. Zählt man jedoch die Töne aller Stimmen ab Beginn des tempus perfectum bis zum Schluss, so wird deutlich, dass der eigenartige Taktwechsel im Sopran offenbar als Zeichen zu verstehen ist: Die Gesamtanzahl der Töne ist 67.

11 Takte

65 88 11 88

Superius
Al - - - - - ma Redempto - - - - - ris ma - - - - - ter, que per -

Altus
A - - - - - ve Re - gi - - - - - na coe - lo - - - - - rum.

Tenor
A - - - - - ve Re - gi - - - - - na coe - lo - - - - - rum.

Bassus
Al - - - - - ma Redemptoris ma - - - - - ter,

134
(67 x 2)

187
(Josquin Desprez)

17
- - - - - vi - a coe - li por - ta ma - - - - - nes,
A - - - - - ve Do - mi - na an - ge - lo - - - - - rum,
Do - mi - na an - ge - lo - - - - - rum,
quae per - - - - - vi - a coe - li por - ta ma - - - - -

Abb. 22: 11er Zählung des Anfangs von Josquins Motette

(Datei: "abb/josquin-musik-noten-anfang-11er.pdf")

Die Gematrie von JOSQUIN DESPREZ teilt sich in die beiden 11-er Ziffern 99 für JOSQUIN und 88 für DESPREZ. Geht man dieser Spur nach und schaut, an welcher Stelle in allen Stimmen 99 bzw. 88 Töne auftauchen, so stellt man fest, dass genau am Taktstrich nach 11 Takten in allen Stimmen 88 Töne vorkamen, Takt 12 genau 11 Töne enthält und die restlichen 88 Töne dann auf die Takte 13 bis 22 aufgeteilt werden. Es handelt es sich also um eine symmetrische Aufteilung der Zahl 187 auf 88+11+88 an den Taktgrenzen von Takt 12 (Abb. 22)

Dieser Takt 12 ist ausgesprochen bemerkenswert: Die Abweichung des zweiten Duos vom ersten Duo beginnt in Takt 11, allerdings ist diese Abweichung akustisch kaum auffallend, da die Brevis c plus Semibrevis Pause des Alts von Takt 3 durch die Folge Semibrevis c - Semibrevis Pause - Semibrevis c ersetzt wird, was klanglich kaum einen Unterschied macht. Akustisch ausgesprochen auffallend ist jedoch die Abweichung in Takt 12 im Bass mit einem rhythmisch komplizierten Wechsel von Minima und Semiminima. Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass der Rhythmus der Unterstimme krebsgängig symmetrisch zur Mittelachse nach dem vierten Ton ist und somit offensichtlich als auch akustisch deutliches Zeichen auf die symmetrische Anordnung der Töne verweist, die die Namensziffern

von Josquin chiffrieren.

Aus diesem Zusammenhang erklärt sich dann auch die Ergänzung der 7 Töne des Ockeghem Zitats durch 4 Töne im Kontrapunkt im ersten Takt. Diese 11 Töne der Eröffnungsphrase der Komposition bilden den Verweis auf eine zweite, offenbar persönliche Bedeutungsebene der Komposition, die die 11-er Proportionierung der Tonhöhenmatrix der Gesamtzählung semantisch unzweideutig zuordnet.

Häufig gibt es in den Zahlenkonstruktionen von Renaissancemusik deutliche Bezüge zwischen der Matrix des Beginns einer Komposition zur Matrix der Gesamtzählung. Daher lohnt ein Blick auf die Matrix des Beginns, d.h. der ersten 187 Töne bis Takt 22.

Josquin Alma redempt. TT 1-21.1	Töne							Pausen			Summe	
	a	d	g	C	f	h	e	ges	anz	dau		ges
Sopran	7	6	15	9	8	5	10	60	11	24	35	95
Alt	7	8	6	14	2	9	7	53	9	25	34	87
Tenor	5	5	4	9	1	6	4	34	14	40	54	88
Bass	5	4	10	7	6	3	5	40	16	37.5	53.5	93.5
Summe	24	23	35	39	17	23	26	187	50	126.5	176.5	363.5

121
11 x 11

66
6 x 11

17 x 11

16 x 11

11 x 3 x 11

182
(Jesus Christus)

182 - 0,5
(Jesus Christus)

Abb. 23: Matrix des Beginns von Josquins Motette

(Datei: "abb/josquin-musik-matrix-anfang.pdf")

Abb. 23 zeigt diese Matrix. Zunächst auffallend ist die Zahl für die Dauern der Pausen im Bass, die aufgrund einer überschüssigen bzw. fehlenden Minima in diesem Abschnitt nicht ganzzahlig ist ¹⁵. Dies macht die Interpretation der Summen, in denen diese Zahl enthalten ist, ambivalent, da unklar ist, ob die jeweils niedrigere oder höhere Zahl gemeint ist und könnte auf einen Fehler deuten. Wie zu zeigen sein wird, entspringt diese

¹⁵ Zur Vereinfachung wird diese Zahl in Abweichung von der Mathematik der Renaissancezeit als Dezimalzahl geschrieben

erneute Unschärfe auf dieser Ebene allerdings einem genauen Kalkül und ist für die Absicht von Josquin zwingend erforderlich.

Die Zahl 187 als Summe der Töne teilt sich nach der vierten Spalte der Tonhöhenmatrix in die 11-er Zahlen 121 und 66. Dies ist nicht nur ein Hinweis auf die 11-er Ordnung. Die beiden Zahlen befinden sich vielmehr an prominenter Position der Gesamtmatrix. Auf die Quadratziffer 121 im Zentrum der Gesamtmatrix der Motette wurde bereits hingewiesen. Dort befindet sich jedoch auch die Zahl 66 als Anzahl der Grundtöne des Alts in der gesamten Komposition. In der Gesamtmatrix befindet sich also zweimal die Zahl 187: Einmal als Anzahl der Tenortöne und zum anderen als Anzahl der Grundtöne in Sopran, Alt und Tenor. Umrahmt man diese Zahlen, so ergibt sich ein auf den Kopf gestelltes Kreuz, das vermutlich symbolisch zu verstehen ist, mit der Marienzahl 49 im Kreuzungspunkt (Abb. 17).

Auf der Zeilenebene der Tonhöhenmatrix des Beginns wird die Innen/Aussenteilung der Gesamtmatrix wiederholt. Statt jedoch die Zahl 187 (17x11) genau in die Zahlen der Namensbestandteile JOSQUIN (99) und DESPREZ (88) –also eine unscharfe 1:1 Proportion– zu unterteilen, stellt man eine erneute Unschärfe durch die Abweichung um die Zahl 1 fest. Die Aussenstimmen enthalten 100 (99+1) Töne, die Innenstimmen 87 (88-1) Töne.

Anzahl der Pausen und Gesamtzahl entsprechen dieser 11-er Ordnung, wenn man die überschüssige Semiminima im Bass ignoriert. Die Gesamtziffer ist 121x3 (11x3x11) und setzt sich aus den Zahlen 187 (17x11) und 176 (16x11) zusammen, die erneut die bereits bekannte unscharfe 1:1 Proportion bilden.

In der Matrix des Beginns befinden sich noch weitere sehr auffällige persönliche Chiffren: Die Anfangsbuchstaben von Josquin sind I und O, gematrisch also die Ziffern 9 und 14, die sich zur Zahl 23 summieren lassen. Da dies auch zugleich sowohl die Initialien, als auch die beiden Anfangsbuchstaben des Vornamens von Johannes Ockeghem sind, findet man diese Zahlen bei Josquin häufig als Bezugnahme auf seinen mutmaßlichen Lehrer. Musikalisch ist die Bezugnahme in der *Alma Redemptoris Mater* Motette bereits durch das Ockeghem Zitat explizit. Aber auch die Anfangsmatrix zeigt diesen Bezug bei der Zahlenordnung.

Die mittleren beiden Zahlen (Anzahl der Grundtöne in Alt und Tenor), die bei der Gesamtmatrix die Zahl 121 bilden, sind in der Anfangsmatrix 14 und 9. Auch die Anzahl der Pausenzeichen dieser beiden Stimmen sind 9

und 14. Durch die umgekehrte Kopplung dieser Zahlen ergibt sich zudem, dass im Alt 9 Pausenzeichen die 14 Grundtöne ergänzen und im Tenor 9 Grundtöne durch 14 Pausenzeichen ergänzt werden.

Symmetrisch zu den beiden mittleren Zahlen findet man beide Zahlen auch in der zweiten und sechsten Spalte der Tonhöhenmatrix. Sopran und Alt haben zusammen jeweils 14 Mal ein d und ein h und Tenor und Bass zusammen jeweils 9 Mal ein d und ein h. Auffällig ist hier die Aufteilung der Zahlen auf die beiden Spalten, die in allen Stimmen eine durchgängig unscharfe 1:1 Proportion aufweisen: Im Sopran 6 und 5, im Alt 8 und 9, im Tenor 5 und 6, sowie im Bass 4 und 3.

Dieses Spiel setzt sich fort: Die Gesamtzahl der Pausen in den Innenstimmen ist 88 (Gematrie von DESPREZ) und stellt damit einen Bezug zu den 87 Tonhöhen der Innenstimmen her. Auch hier sind die Zahlen gegenläufig als Summe von 53+34 bzw. 34+54 gekoppelt. Auf der Pausenebene wird die 88 in den Innenstimmen durch 88.5 in den Aussenstimmen auf die Summe 176.5 ergänzt¹⁶.

Bei der Gesamtsumme von Tonhöhen und Pausen legen die gemachten Beobachtungen eine Teilung in obere und untere Stimmen nahe: Die bereits erwähnten Zahlen 87 und 88 der beiden Mittelstimmen werden in den beiden Aussenstimmen durch die Zahlen 95 und 93.5 ergänzt. Als Summen von Sopran/Alt und Tenor/Bass ergeben sich 182 und 181.5. Erneut handelt es sich um eine unscharfe 1:1 Proportion. In diesem Zusammenhang ist es allerdings offensichtlich, dass die Abweichung der Dauern der Pausenzeichen im Bass in diesem Fall nach oben korrigiert werden soll. Nicht nur ergibt sich dann bei der Gesamtzahl in Sopran und Alt das Verhältnis von 95:94, vielmehr ist die dadurch erreichte Zahl 182 keine Unbekannte: Es handelt sich um die lateinische Gematrie von JESUS CHRISTUS, die in ihrer griechischen Form die Gesamtzahl der ganzen Motette bildet.

Auf diese Weise wird die Motivation für die Unschärfe der Pausendauern im Bass klar: Die Summe von 182+182 ist 364, während als Gesamtzahl in der unteren Zeile die 11-er Ziffer 363 anvisiert wird. Durch die Doppelbedeutung der Semiminima ist es dadurch möglich, die theologische und persönliche Bedeutungsebene zugleich sichtbar zu machen und beide im

¹⁶ Man ist versucht, diese "Halbierung" der Unschärfe ganz analog zur vorher erwähnten Halbierung des Einsatzabstandes und der Proportionen der beiden Duos des Beginns aufzufassen.

Widerspruch zur scheinbaren Unschärfe, ausgesprochen genau und un-
zweideutig zu bezeichnen.

Untersucht man, wo sich in den Tönen der Tenorstimme, die den Namen
Josquins bezeichnen, Vor- und Nachname teilen, so findet man diese Stelle
nach 88 Tenortönen genau am Taktstrich von Takt 47 (Abb. 24). Dieser
Stelle wird durch ein markantes, durch eine Pause abgesetztes Auftreten
des Ockeghem Zitats in Originalgestalt im Alt betont. Bestimmt man die
Gesamtzahl der Komposition bis zu diesem Punkt, so ergibt sich die Zahl
749, in Primfaktoren zerlegt das ausgesprochen mariensymbolische Pro-
dukt 7×107 .

2

31

nes, Et stel - - - la ma - - - ris, sue - eur

Gesamtziffer **749** (107×7)

44

sur - ge - re qui cu - rat po - pu - lo,
dix sanc - - - tu, ex qua mun - do lux est or - - - tu.
re ca - - - den - ti, sur - ge - re qui cu - rat po - pu - lo,

88 99

Abb. 24: Trennungsstelle von Josquins Vor- und Nachnamen im Tenor der
Motette

(Datei: "abb/josquin-749.pdf")

Zusammenfassung

Der vorgelegte Versuch, kompositorische Absichten des Komponisten aus dem Notentext zu dechiffrieren, ist aus wissenschaftlicher Perspektive zwangsläufig problematisch. Einerseits kann man in Ermangelung direkter Quellen nie sicher sein, dass sämtliche freigelegten strukturellen Beziehungen auch intentional gestiftet wurden und andererseits ist es möglich, dass wesentliche strukturelle Organisationsprinzipien übersehen wurden. Es macht einen großen Teil der Faszination des Umgangs mit diesen Texten aus, dass man als Beobachter immer in einem Feld zwischen Hypothese und Gewissheit oszilliert und viele Beobachtungen zur Zahlenstruktur dieser Motette blieben im vorliegenden Text unberücksichtigt. Auch wenn diese Untersuchung daher für sich keinen Anspruch auf Vollständigkeit beanspruchen kann, ist die Konsistenz der Beobachtungen viel zu deutlich, als dass man hier von einer zufälligen Koinzidenz sprechen kann. Im Ergebnis wird die Musik der Renaissance dadurch zugleich verständlicher, als auch fremder. Viele Momente, die den Notentext determinieren, sind nur höchst indirekt mit wahrnehmbaren Phänomenen verbunden und es wäre fatal, anzunehmen, dass die klangliche Wirkung der Musik vor allem den formal logischen Verfahrensweisen bzw. mathematisch strukturellen Eigenschaften des Tonsatzes geschuldet ist. Vielmehr handelt es sich bei der Zahlenorganisation um eine zusätzliche Bezugsebene, die weitgehend unabhängig von der akustischen Wirkung ist. Die große Kunst der Komponisten besteht gerade darin, sowohl das Akustische, als auch die Zahlenstruktur zu einem auf beiden Ebenen konsistenten Ganzen mit mannigfaltigen gegenseitigen Bezügen zu formen. Sowohl die Offenheit der zahlenstrukturellen Anlage, als auch die im Vergleich zur klassischen Musik weitgehende Offenheit des musikalischen Satzes hinsichtlich Melodiebildung und Phrasierung ermöglicht hier eine sehr flexible Arbeitsweise, um beide Ebenen zu integrieren. Ein wesentliches Ergebnis dieser Betrachtungen ist dabei, dass durch die Zahlenstruktur der Notentext in den Vordergrund rückt und einen Eigenwert unabhängig von der klanglichen Erscheinung erhält. Es ist bekannt, dass die Entwicklung der abendländischen Musik eng mit ihrer Schriftlichkeit verbunden ist. Dass aber dem Notentext selbst, vermutlich analog zum geschriebenen Wort, eine solche Bedeutung beigemessen wird, ist hier in eklatant deutlicher Form zu sehen. Dies scheint nicht verwunderlich für eine Zeit, in der schriftliche Zeugnisse auch materiell wertvoll waren und es ist vermutlich kein Zufall, dass in der Folge des Buchdrucks im Prozess einer über die Jahrhunderte allmählichen Entwertung der Schrift auch diese Form der Organisation von Texten an Bedeutung verlor und schliesslich in Vergessenheit geriet. Und so ist dieser Text nicht zuletzt auch ein Versuch, dazu beizutragen, den ihrer Schriftlichkeit geschuldeten Aspekt dieser großartigen Musik der Vergessenheit zu entreißen.